**Correction :**

1.1 $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{p}{\lambda}=0$ en considérant $T(x)$ et $\lambda$ constant

Les conditions aux limites sont toutes deux du type "Température imposée" soit

$T(x=0)=T_0$ et $T(x=e)=T_e$

1.2 La solution formelle est $T(x)=-\frac{p}{2\lambda}x^2+K_1x+K_2$

L'application des CL donne $K_2=T_0$ et $K_1=\left(T_e-T_0+\frac{pL^2}{2\lambda}\right)\frac{1}{L}$

1.3 On retranche $T_e$ aux deux membres de l'égalité donnant la solution tout en faisant apparaître $\alpha = x/L$ ce qui permet d'obtenir

$$T(\alpha)-T_e=-\frac{pL^2}{2\lambda}\left(\frac{x}{L}\right)^2+\left(T_e-T_0+\frac{pL^2}{2\lambda}\right)\frac{x}{L}+(T_0-T_e)$$

soit $\Theta(\alpha)=[1-\alpha]\cdot[1+Z\alpha]$ avec $\Theta(\alpha)=(T(\alpha)-T_e)/(T_0-T_e)$ et

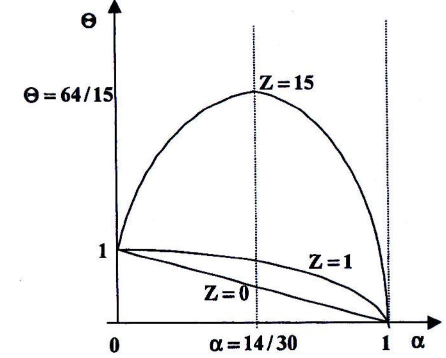
$$Z=\frac{pL^2}{2\lambda(T_0-T_e)}$$

1.4 $\Theta(\alpha)=[1-\alpha]\cdot[1+Z\alpha]=1+(Z-1)\alpha-Z\alpha^2$ forme générale du profil = parabole

$\frac{d\Theta}{d\alpha}=Z-1-2Z\alpha$ donc maximum de température dans le mur pour $\alpha_{max}=\frac{Z-1}{2Z}$

Cas Z=0 : physiquement pas de source, on retrouve bien par les résultats que le profil est linéaire
Cas Z=1 : le maximum de température est obtenu pour $\alpha=0$, donc du côté du sol.
Cas Z=15, le maximum est obtenu pour $\alpha=14/30$ soit à peu près à la moitié de l'épaisseur du mur ou la température adimensionnée $\Theta(\alpha_{max})=64/15$ soit approximativement **4,25**.

Résultats sur le schéma




1.5

<u>Elément 1:</u> $\lambda a L\frac{(T_r-T_1)}{a/2}+\lambda a L\frac{(T_2-T_1)}{a}+pa^2L=0$ soit $\lambda(2T_r+T_2-3T_1)+pa^2=0$

<u>Elément 2 :</u> $\lambda(T_1+T_3-2T_2)+pa^2=0$

Etc etc

Ce qui donne la forme matricielle

$$\begin{bmatrix}-3&1&0&0&0\\1&-2&1&0&0\\0&1&-2&1&0\\0&0&1&-2&1\\0&0&0&1&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\\T_5\end{bmatrix}=(-pa^2/\lambda)\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2T_0\\0\\0\\0\\2T_e\end{bmatrix}$$

1.6
$(T_2-2T_3+T_4)=-pa^2/\lambda$ soit $T_3=27°C$

Pour le calcul avec la solution exacte, les données fournissent $Z=15$.
On voit donc que la température de l'élément $T_3$ correspond à la température dans la zone médiane du mur. On a vu que c'est là qu'intervient le maximum pour **Z=15** et qu'il conduit à une valeur $\Theta=4.25$ soit une température $T_{max}=T_e+4.25\times(T_0-T_e)=26.25°C$

Ce résultat est confirmé par le calcul discret avec 11 éléments dont la température n°6 donnée correspond bien à la température au milieu du mur.